

**PIANO ANNUALE DELLE RICERCHE  
DEL DIPARTIMENTO DI MATEMATICA E INFORMATICA  
ANNO 2021**

Le attività di ricerca del Dipartimento si sviluppano trasversalmente lungo tutta l'Area 01 – Scienze matematiche e informatiche (con l'eccezione dei SSD MAT/01 e MAT/09), nonché il SSD SECS-P/01-Economia Politica. Di seguito le principali tematiche che si prevede di approfondire, suddivise per settore scientifico disciplinare.

**INF/01 Informatica  
ING/INF-05 Sistemi di Elaborazione delle Informazioni**

**A. Problemi combinatorici e algoritmici degli automi e dei linguaggi formali. (Inf/01)**

Ricercatori coinvolti: Sabrina Mantaci (PA), Marinella Sciortino (PA), Giuseppa Castiglione (RU), Chiara Epifanio (RU), Gabriele Fici (PA), Antonio Restivo (CE)

**B. Algoritmi e metodologie per l'estrazione di conoscenza da strutture dati discrete (Inf/01)**

Ricercatori coinvolti: Raffaele Giancarlo (PO), Giosuè Lo Bosco (PA), Simona E. Rombo (PA)

**C. Metodologie e algoritmi per l'analisi di dati in Biomedicina, Beni Culturali e E-learning. (Inf/01, Ing/Inf-05)**

Ricercatori coinvolti: Domenico Tegolo (PA), Biagio Lenzitti (RU), Cesare Valenti (PA), Fabio Bellavia (RTD)

**D. Interazione Multisensoriale. (Inf/01)**

Ricercatori coinvolti: Salvatore Andolina (RTD), Davide Rocchesso (PO)

1. Piano di ricerca per l'anno 2021.

**A. Problemi combinatorici e algoritmici su parole, linguaggi formali e automi.** L'ambito è una delle aree dell'informatica più consolidate, che trae origine da problematiche relative ai primi computer, ai sistemi di comunicazione e ai linguaggi di programmazione. Successivamente, gli sviluppi della tecnologia informatica hanno incrementato la necessità di esplorare nuovi modelli specifici e hanno stimolato nuovi spunti teorici. Quest'area di ricerca si trova al crocevia fra l'informatica teorica, la matematica e le applicazioni. Da un punto di vista matematico, essa utilizza prevalentemente la combinatoria delle parole, ma anche nuovi strumenti concettuali dell'algebra non commutativa, della logica, del calcolo delle probabilità. Il progetto di algoritmi su stringhe ne rappresenta un aspetto complementare, motivato dalle potenziali applicazioni scientifiche che includono, fra le altre, la codifica, la compilazione, la verifica del software, la compressione dati, la bioinformatica e la ricerca del web. Le linee di ricerca riguardano prevalentemente gli aspetti combinatorici e algoritmici degli automi e dei linguaggi, e prendono anche in considerazione alcuni ambiti applicativi. Le specifiche tematiche di ricerca che si intendono sviluppare nel 2021 sono di seguito elencate:

*1. Aspetti teorici ed algoritmici della teoria degli automi a stati finiti deterministici (DFA) e dei linguaggi formali.*

Uno dei problemi che affronteremo riguarda la separazione di parole tramite DFA. Si tratta di uno dei problemi ormai classici della teoria degli automi e si chiede quale sia la taglia minima necessaria per un automa per distinguere due parole (accettare l'una e rifiutare l'altra). In questo contesto l'obiettivo è di affrontare varianti del problema una delle quali tratta la separazione di insiemi finiti o infiniti di parole attraverso il conteggio del numero di occorrenze dei fattori in esse. Una linea di ricerca correlata riguarda la decomponibilità di un automa in automi che risultino più semplici dell'originale, ma tali che il risultato delle indipendenti computazioni su testi in input può determinare il risultato della computazione sull'input dell'automa originale. Questo approccio consentirebbe di parallelizzare molte questioni legate agli automi a stati finiti, come per esempio i problemi di minimizzazione.

Infine, nell'ambito della teoria dei monoidi liberi, di basilare importanza per la teoria dei linguaggi formali, si vuole utilizzare un approccio automa/teorico per lo studio dell'intersezione di monoidi liberi finitamente generati. Esattamente come nei linguaggi regolari l'intersezione di monoidi liberi porta a situazioni più complicate che noi vogliamo affrontare attraverso setup più semplici. Ci proponiamo di affrontare tutte queste questioni da un punto di vista teorico ed algoritmico con tecniche proprie della combinatoria delle parole.

*2. Studio e sperimentazione della taglia media (numero di nodi e numero di archi) di CDAWG di stringhe generate da sorgenti i.i.d. di entropia variabile, anche molto piccola.* Esistono in letteratura analisi fatte per stringhe generate da sorgenti i.i.d. di entropia massima al variare dell'alfabeto. Risultati sperimentali

preliminari mostrano che la taglia media dei CDAWG si riduce al ridursi dell'entropia anche se non in modo proporzionale, aprendo la possibilità di utilizzo di questa struttura dati su sequenze altamente ripetitive.

### 3. *Misure di similarità per strutture combinatorie discrete.*

Il principale oggetto combinatorio d'interesse per questa linea è costituito dalle sequenze di caratteri, o parole. Si prevede il duplice obiettivo di definire nuove misure di similarità alignment-free per il confronto di grandi collezioni di parole ma anche quello di estendere alcune misure note, affinché possano essere applicabili a grandi dataset di sequenze soprattutto in contesti biologici come i pan genomi. Tale questione verrà indagata facendo uso principalmente di nozioni e strumenti di natura combinatoria come le minimal absent words, i k-mers, le parole di Lyndon, la trasformata di Burrows-Wheeler. Tale linea di ricerca verrà sviluppata sia da un punto di vista teorico che applicativo.

Gli alberi etichettati rappresentano l'altra struttura combinatoria oggetto di indagine per questa linea di ricerca. Ci proponiamo di definire nuove misure combinatorie per il confronto tra alberi utilizzando alcuni algoritmi di linearizzazione di alberi basati sull'ordinamento di cammini simili.

4. *Algoritmi combinatori sulle stringhe e applicazioni a problemi di machine learning e data mining.* Si intende proseguire la ricerca di applicazioni di framework teorici (e.g. minimal absent words) a problemi algoritmici su dati testuali, in relazione a problematiche emergenti legate al machine learning e al data mining. Questa ricerca è supportata da un progetto PRIN 2017 linea giovani (coordinatore di unità locale: Gabriele Fici).

5. *Teoria dei Codici (TC) e dinamica simbolica.* La Teoria dei Codici, iniziata da M.P. Schutzenberger negli anni 60, è stata poi ampiamente sviluppata nella combinatoria delle parole e nell'Information Theory. Da un punto di vista combinatorio la teoria dei codici studia le fattorizzazioni di una parola in elementi di un insieme assegnato. Recentemente problemi centrali nell'ambito della Dinamica Simbolica hanno fatto emergere l'interesse per lo studio delle fattorizzazioni di parole infinite in elementi di un insieme assegnato di parole finite. Ciò conduce a nuove definizioni, nuove classificazioni e nuovi problemi sia nell'ambito della Teoria dei Codici che in quello della Dinamica Simbolica. La ricerca si propone di indagare queste nuove profonde interazioni fra due consolidati campi di ricerca.

### 6. *Linguaggi e Strutture Bidimensionali.*

Nell'ambito della teoria dei *picture languages* riconosciuti da *tiling systems* si intendono studiare problemi relativi alla minimizzazione della taglia dell'*alfabeto locale* di un tiling system che riconosce un determinato picture language. Ciò corrisponde, nel caso unidimensionale, ai problemi di minimizzazione degli stati di un automa che riconosce un linguaggio (di stringhe). La ricerca utilizza tecniche combinatorie relative a strutture bidimensionali, che presentano un interesse indipendente. Ciò, in particolare conduce allo studio di problemi di periodicità e di ripetitività in strutture 2D. Un interessante collegamento è quello con lo studio dei codici comma free 2D, la cui struttura non è ancora completamente nota.

Nell'ambito della combinatoria di strutture discrete bidimensionali si intendono affrontare problemi di enumerazione di polyomini. Si tratta di oggetti combinatori molto noti poiché legati a problemi complessi come, ad esempio, il tiling del piano. Questi oggetti inoltre trovano applicazioni in fisica come strumento per lo studio dei quasicristalli. Considerata la difficoltà, nota in letteratura, dei problemi generali sui polyomini (è ancora aperto il problema dell'enumerazione dei polyomini) si programma di approfondire lo studio di particolari classi di polyomini detti *k*-convessi che con le loro proprietà geometriche e combinatorie consentono un approccio ai problemi di generazione esaustiva e di enumerazione rispetto al perimetro e all'area.

### 7. *Compressione e indicizzazione di collezioni di sequenze.*

Questa linea di ricerca ha come obiettivo lo studio dell'efficienza e della efficacia della compressione e dell'indicizzazione di collezioni di sequenze. I metodi e le conoscenze che rappresentano lo stato dell'arte in quest'ambito risultano poco scalabili quando vengono applicati a grandi collezioni che contengono dati molto ripetitivi. Ciò si verifica in molti e variegati contesti applicativi. Il nostro obiettivo è duplice. In primo luogo, siamo interessati a introdurre nuove misure di ripetitività e nuove nozioni di entropia per valutare la comprimibilità di collezioni di sequenze altamente ripetitive. Questo è fondamentale nella progettazione di strutture di indicizzazione compresse ottimali. Ricordiamo infatti che le nozioni classiche di entropia empirica hanno una rilevanza limitata quando sono applicate a grandi collezioni di dati molto ripetitivi. In secondo luogo, siamo interessati a definire nuove strutture di indice compresse, basate sul campionamento di strutture combinatorie, che siano in grado di supportare in modo efficiente operazioni di ricerca su grandi collezioni di sequenze.

**B. *Algoritmi e metodologie per l'estrazione di conoscenza da strutture dati discrete.*** L'obiettivo generale riguarda l'analisi e la progettazione di algoritmi e strutture dati per la risoluzione di problematiche su estrazione di conoscenza in diversi contesti applicativi. In particolare, ci si concentrerà su applicazioni nell'ambito di reti sociali, dati biologici e medici, immagini e video digitali. Si adotteranno in prevalenza tecniche di data mining, machine learning, big data management. Coerentemente con le competenze dei

membri del team, il piano di ricerca per l'anno di riferimento è di seguito brevemente descritto per punti.

1. *Investigazione delle proprietà combinatorie ed informazionali di stringhe e sequenze in ambito epigenomico.* È ben noto che la sequenza di DNA è generatrice del cosiddetto “codice della vita”. È altrettanto noto che l'organizzazione intrinseca di tale sequenza gioca un ruolo fondamentale in vari processi biologici, come l'organizzazione della cromatina e le modifiche istoniche. A oggi, tuttavia, mancano molti risultati fondamentali che stabiliscono con chiarezza quale sia il ruolo dell'organizzazione intrinseca della sequenza in tali processi. L'attività pianificata per l'anno si concentrerà su studi di *k-meri* (particolari sequenze) all'interno di due processi fondamentali per la biologia: l'organizzazione della cromatina e le modifiche istoniche. I risultati attesi comprendono, ma non sono limitati a, costruzione ed analisi di dizionari “epigenomici” per il posizionamento di “nucleosomi”, metodologie di compressione nello spazio di sequenze di classificatori di posizionamento di “nucleosomi”, analisi di grafi di dipendenza dei *k-meri* circa l'acquisizione di stabilità di funzione per posizionamento “nucleosomico” e modifiche istoniche.

2. *Impatto di algoritmi efficienti nelle scienze della vita.* È ben noto che l'algoritmica abbia dato contributi fondamentali alle scienze della vita, ad esempio nell'ambito del sequenziamento del genoma umano. È altrettanto chiaro che, grazie ai cambiamenti epocali ottenuti attraverso le nuove tecnologie di produzione dati in biologia, sia necessaria un'analisi critica del ruolo degli algoritmi in quest'area. L'obiettivo di questa linea di ricerca è quello di fornire misure dell'impatto dell'algoritmica sulle scienze della vita e suggerimenti utili per il futuro, anche alla luce di quanto viene sviluppato in ambito BIG DATA e indipendentemente dalla biologia.

3. *Clustering, Classificazione Supervisionata e Ingegneria degli Algoritmi.* Negli ultimi anni si è maturata una significativa esperienza in molti aspetti legati al *clustering*, alla classificazione e al *pattern discovery* in dati relativi ad esempio a *microarray*, una tecnologia consolidata per esperimenti di biologia, o più in generale per strutture dati quali array bidimensionali impiegati ad esempio nel contesto delle immagini digitali. Le tecniche sviluppate sono ormai mature per essere distribuite sotto forma di software alla comunità internazionale. L'obiettivo di questa linea di ricerca è la realizzazione di tale intento.

4. *Modelli di apprendimento approfondito per l'analisi di sequenze.* I modelli ad apprendimento approfondito (*Deep Learning Models*) appartengono a una caratterizzazione di metodologie di apprendimento automatico capaci di evitare la fase di *feature engineering*. Essi si implementano principalmente tramite reti neurali artificiali organizzate su svariati livelli progressivi. Si intendono applicare tali modelli al clustering e alla classificazione di sequenze di DNA. Infine, alla estrazione automatica delle caratteristiche delle sequenze per studiare la loro complessità in relazione alle diverse specie biologiche che verranno considerate nello studio.

Modelli Deep Learning per l'analisi di eventi sismici

5. *Modelli Deep Learning per l'analisi di eventi sismici.* Si intendono utilizzare Modelli di classificazione basati su reti neurali deep da impiegare nell'analisi automatica e real-time di segnali registrati da reti sismiche. L'importante recente sviluppo tecnologico nel campo del monitoraggio sismico ha portato allo sviluppo di reti distribuite costituite da migliaia di sensori di rilevamento. I segnali acquisiti da tali reti, per numero e complessità, richiedono oggi l'utilizzo di tecniche automatiche di processamento. Le reti deep hanno destato un notevole interesse da parte della comunità scientifica per l'impiego nell'analisi dei segnali sismici. Si ritiene che lo sviluppo di tali tecniche possano affiancare, e nel tempo sostituire, l'esperto analista sismologo. Nell'ambito di questa attività di ricerca si intendono quindi sviluppare tecniche di analisi automatiche in grado di riconoscere all'interno di un segnale sismico, le forme d'onda generate/associate a terremoti e di estrarre da queste le informazioni cinematiche e dinamiche più importanti per una completa caratterizzazione automatica del fenomeno terremoto. Si prevede di implementare e testare le più moderne tecniche riportate e già individuate nella bibliografia scientifica al fine di individuare quella più efficiente, sia in termini di robustezza dei risultati, che efficienza di implementazione.

6. *Tecniche e strumenti per la medicina personalizzata.* Negli ultimi anni abbiamo assistito ad una crescita esponenziale di dati biologici e medici, provenienti dalle sempre più avanzate tecnologie di sequenziamento, dati clinici e di imaging, cartelle cliniche elettroniche, ecc. I dati risultanti sono complessi nei contenuti, eterogenei nei formati e ordine di Terabyte in quantità. Questi "big data" nel settore biologico e medico offrono opportunità senza precedenti di lavorare su problemi entusiasmanti, ma sollevano anche molte nuove sfide per l'archiviazione, l'elaborazione e l'estrazione dei dati. Uno scenario interessante è quello della medicina personalizzata (o di precisione), secondo cui le decisioni mediche, i trattamenti, le pratiche e/o i prodotti consigliati dovrebbero essere adattati al singolo paziente. In particolare, la selezione di terapie appropriate e ottimali può essere basata sul contesto del contenuto genetico di un paziente o di altre analisi molecolari o cellulari. A tal fine, dati eterogenei raccolti da diverse fonti, come patrimonio genetico, stile di vita e contesto ambientale, possono essere combinati per far progredire la comprensione, la diagnosi e il trattamento della malattia e garantire l'erogazione di terapie appropriate. Si studieranno e progetteranno opportune metodologie di integrazione e analisi dei dati in questo dominio applicativo, con particolare riferimento allo studio di specifici componenti cellulari (es., long non-coding RNA) e particolari tipologie di

cellule (es., cellule staminali). Inoltre, si proporranno opportuni modelli (es., networks) e algoritmi su tali modelli per l'estrazione di proprietà caratterizzanti determinate patologie e/o la distinzione tra pazienti sani e malati. D'altro canto, le strategie basate su network possono combinare più fonti di dati attraverso metodi di integrazione basati su grafi, tra cui Similarity Network Fusion, Multiple Kernel Learning models, o multi-task Hopfield Networks, ma solo pochi approcci sono stati testati nel contesto della medicina di precisione. Un recente approccio alternativo è rappresentato dai metodi Graph Representational Learning (GRL). GRL traduce la rappresentazione grafica non euclidea di nodi e archi in uno spazio euclideo che può essere facilmente utilizzato da algoritmi di apprendimento automatico per svolgere in modo efficiente problemi che vanno dalla classificazione al clustering non supervisionato, e ai sistemi di raccomandazione. Un altro obiettivo di questa attività di ricerca sarà quello di sviluppare metodi innovativi di apprendimento automatico per l'integrazione di grandi quantità di dati eterogenei per medicina di precisione, concentrandoci su: a) integrazione di diversi aspetti clinici, biochimici, genetici, di imaging e omici dati attraverso metodi di apprendimento automatico supervisionati e semi-supervisionati per supportare la diagnosi clinica, la prognosi e il trattamento delle malattie; b) analisi di dati biomedici rappresentati da multigrafi eterogenei, inclusi Knowledge Graph; c) Analisi di big data medicali attraverso metodi machine learning altamente paralleli e tecnologie High Performance Computing (HPC).

7. *Viral marketing e social advertising.* La tematica di ricerca riguarda l'integrazione e l'analisi dei dati provenienti da social media, siti di shopping on-line, carte fedeltà, allo scopo di comprendere ed eventualmente migliorare i processi di marketing aziendale. A tal fine, l'utilizzo di tecnologie di big data risulta fondamentale, data l'elevata mole di dati da analizzare e la necessità di elaborazioni in real time per alcune specifiche applicazioni. Si farà riferimento prevalentemente a: profilazione utenti e matching di profili; analisi di misure di network (node/edge) centrality; studio della diffusione dell'informazione; algoritmi per la ricerca di "influencer"; sistemi interattivi per l'advertising.

8. *Deep Learning per Question Answering in ambito museale.* I musei svolgono un ruolo importante nel consentire a persone di tutte le età di studiare la storia, la cultura e la società contemporanea. Molti musei, a loro volta, utilizzano sistemi interattivi come i chatbot per fornire questo tipo di informazioni ai visitatori. Un chatbot che risponde a una domanda dell'utente in linguaggio naturale può essere visto come un sistema di question answering.

Un approccio moderno e efficace al question answering riguarda l'utilizzo di reti ad apprendimento approfondito che definiscono un cosiddetto language model, che opportunamente seguito da una fase di fine tuning, può essere utilizzato per sviluppare metodi di question answering non supervisionati. Un esempio è il modello Bert (BERT (Bidirectional Encoder Representations from Transformers) che è un language model che è stato utilizzato come modulo principale per fare question answering su diversi tipi di argomenti. Si intende utilizzare e paragonare diversi language models nel contesto museale, creando degli agenti virtuali capaci di rispondere alle domande di un visitatore. L'agente virtuale sarà integrato nel museo tramite realtà virtuale o aumentata, usando la piattaforma di sviluppo Unity.

9. *Misurazione, analisi e modellazione del comportamento sociale attraverso i dati delle Online Social Networks.* I servizi di Online Social Networks sono attualmente utilizzati da miliardi di utenti per lo scambio di informazioni e sono tra le principali "disruptive innovation" degli ultimi 15 anni. L'ampia diffusione di queste piattaforme di comunicazione e i dati generati dalle loro interazioni tra utenti costituiscono un'importante sorgente di informazioni per capire, studiare e analizzare il comportamento degli utenti. La tematica di ricerca ha come obiettivo l'utilizzo di dati reali delle Online Social Networks allo scopo di misurare, analizzare e modellare le caratteristiche del comportamento degli utenti in diversi contesti, che includono: trust, reputation, privacy, pattern di comunicazione e diffusione delle informazioni. A tale scopo, verranno adottate: i) metodologie di raccolta dei dati basate su profiling, crawling, and monitoring, ii) tecniche di modellazioni dei dati per reti statiche e dinamiche, iii) algoritmi di data mining e machine learning per l'analisi di reti complesse.

C. *Metodologie e algoritmi per l'analisi di dati in Biomedicina, Beni Culturali e E-learning.* L'attività di ricerca sarà concentrata sullo sviluppo di metodologie innovative per l'analisi di strutture dati  $n$ -dimensionali presenti nel settore biomedico e nei beni culturali. Le tematiche saranno affrontate in seno alle consolidate teorie degli *algoritmi evolutivi* coadiuvate da algoritmi della *computer vision* e dell'*image processing*, sfruttando anche i recenti progressi nel campo del deep learning. Il piano di ricerca per il prossimo anno sarà articolato come segue:

1. *Visione artificiale e analisi dati.* L'attività di ricerca nel campo della visione, e più in generale nell'analisi dei dati multidimensionale, trova i propri fondamenti sia nelle tre aree fondamentali della visione artificiale (basso, medio e alto livello) sia nel campo degli algoritmi genetici e dell'apprendimento computazionale e statistico. Problemi classici come segmentazione, *Feature Detection and Selection*, Classificazione, miglioramento delle immagini e ricostruzione 3D saranno affrontati sia adottando algoritmi fondamentali della letteratura sia attraverso la definizione e la validazione di nuove e più accurate metodologie orientate a

specifici campi di ricerca quali ad esempio algoritmi per la segmentazione basati su metodi di *clustering* e *sparse dictionary*.

2. *BioImmagini*. Data la specificità dei campi di interesse si renderà necessaria l'individuazione e la definizione di nuove metriche e ciò al fine di garantire una più accurata risposta delle metodiche proposte. In particolare i nuovi metodi proposti in letteratura saranno sviluppati, per una loro validazione, su immagini sintetiche e biomediche reali, in cui saranno valutati sia gli aspetti microscopici sia quelli macro, coinvolgendo l'analisi cellulare, l'analisi automatica del fondo retinico, la "capillaroscopia" delle mucose e dell'epidermide, la tomografia discreta e le immagini ecografiche fetali. Per la fase di validazione delle metodiche ci si avvarrà della collaborazione di esperti in grado di fornire *ground truth* e annotazioni mediche dei dati reali. Un opportuno sottoinsieme dei dati sarà reso disponibile in modalità "pubblico dominio" per rendere oggettivi i confronti con altre tecniche innovative, nonché facilitare la collaborazione con partner internazionali.

3. *Modelli neuronali*. Saranno di interesse anche le tematiche affrontate in ambito neuronale. I processi cellulari, alla base delle differenze tra individui della stessa specie per quanto riguarda la capacità della memoria di lavoro, sono essenzialmente sconosciuti. Esperimenti psicologici indicano che i soggetti con capacità di memoria di lavoro inferiore rispetto ai soggetti con maggiore capacità richiedono tempi più lunghi per il recupero degli elementi memorizzati in una lista e inoltre risultano essere più sensibili alle interferenze durante il tempo di recupero dell'informazione. Tuttavia, un collegamento più preciso tra esperimenti psicologici e le proprietà cellulari è ancora carente, e sperimentalmente molto difficile. L'attività di ricerca in tale ambito verterà sull'indagine dei possibili meccanismi di base a livello del singolo neurone usando un modello computazionale di neuroni dell'ippocampo CA1 piramidale, i quali risultano essere profondamente coinvolti nel riconoscimento di specifici elementi. Ci si auspica che i risultati attesi suggeriscano, per la prima volta in letteratura, una spiegazione fisiologicamente plausibile delle differenti prestazioni tra individui.

4. *Modelli per l'integrazione del paziente nei processi decisionali*. L'obiettivo delle linee di ricerca sarà quello di fornire sia metodiche per l'estrazione dei risultati da dati complessi, sia suggerire linee guida per sviluppi futuri, sia la produzione di grosse moli di dati al fine di individuare complesse correlazioni tra dati eterogenei per ottenere una più omogenea integrazione nell'ambito dei BIG DATA. Un altro aspetto che verrà indagato è, nell'ambito dell'*elearning*, la progettazione e la realizzazione di strumenti dedicati al processo di consapevolizzazione (*empowerment*) del paziente. La progettazione e realizzazione di tali strumenti, posti al centro dei servizi socio-sanitari, sarà effettuata in modo da essere inclusivi e consentire inoltre ai cittadini di assumere il controllo delle loro necessità mediche.

5. *Beni culturali*. In tale ambito di ricerca verranno investigati nuovi metodi volti ad ottenere modelli tridimensionali accurati da immagini o video 2D. L'applicazione di tali modelli nello specifico campo di interesse dei beni culturali è finalizzata a preservare l'integrità di rari e preziosi oggetti di interesse e a permettere una loro più ampia fruizione. In particolare verranno indagati nuovi metodi per il calcolo delle corrispondenze su immagini 2D, e ciò al fine di migliorare la localizzazione degli oggetti nello spazio, garantendo con tale approccio una migliore accuratezza del modello ricostruito. Verranno inoltre esaminate nuove tecniche volte a confrontare immagini recenti con foto provenienti da archivi storici o da raffigurazioni pittoriche per evidenziare l'evoluzione dei cambiamenti delle strutture in esame nel tempo. A tal proposito, verranno infine esaminati nuovi metodi per la registrazione, correzione colore e fusione tra più immagini al fine di migliorare la qualità delle foto d'epoca, anche come operazione di restauro fine a se stessa.

6. *Sistemi di Supporto alla Diagnostica per patologie autoimmuni o pandemiche*. Il tipo di applicazione del SSD in campo diagnostico per le malattie autoimmuni o pandemiche richiede un approccio di tipo basato su introspezione e miglioramento caso su caso. Più appropriate al problema così come definito sembrano invece essere le tecniche inferenziali basate su regole o i modelli matematici che tengano conto dell'evoluzione tempo-spazio delle patologie, che saranno dunque oggetto di approfondimento. Tale ipotesi di lavoro sarà oggetto di discussione all'interno del gruppo di lavoro. Si valuterà anche l'utilizzo di tecniche di preprocessing semantico, eventualmente di tipo fuzzy, per l'analisi testuale, nel caso in cui tra i dati in ingresso si possa attingere, invece che a voci diagnostiche preconfigurate, a testo libero ricavato da cartelle mediche o altre fonti di carattere clinico. Più in generale saranno indagate ed implementate le tecniche Soft Computing basate su informazioni incomplete ed imprecise, come i classificatori basati su Logica Fuzzy.

**D. Interazione Multisensoriale** Vengono studiate le interazioni tra persone e dispositivi, di tipo visuale, uditivo, tattile e propriocettivo. I principali ambiti di indagine sono:

1. *Metodi per il design dell'interazione*: Interazione multisensoriale continua e progettazione di meccanismi di accoppiamento percezione-azione. A questo scopo si contribuisce allo sviluppo di un repertorio di esercizi di basic design multisensoriale e si conducono analisi di protocollo (*linkographic analysis*). Particolare attenzione viene riservata alla fase di produzione di bozzetti (*sketching*) nel design dell'interazione, per la quale si sviluppano metodi e strumenti.

2. *Modelli per il suono.* Il *sonic interaction design* si concentra sul suono come veicolo di informazione, significato e caratteri estetico-emozionali in contesti interattivi. La sintesi del suono deve presentare caratteristiche di efficienza, versatilità, e controllabilità in relazione all'interazione tra uomo e artefatto. Un percorso di ricerca riguarda la sintesi per modelli fisici, sia per la simulazione di sistemi acustici esistenti, sia per lo sviluppo di algoritmi, strutture e metodi a supporto della creatività. Un altro percorso di ricerca riguarda l'individuazione di primitive di rappresentazione del suono, sia sul piano tempo-frequenza, sia all'interno di una tassonomia di fenomeni fisici, sia all'interno di una tassonomia di fenomeni articolatori (voce e gesto). In questo ambito è stata sviluppata una *Quantum Vocal Theory of Sound* (QVTS), che consente di analizzare i fenomeni sonori all'interno di uno spazio di Hilbert complesso, nel quale gli operatori di Pauli corrispondono all'estrazione di primitive articolatorie vocali. La QVTS viene applicata all'analisi di scene uditive e agli effetti audio digitali.
3. *Interazione non-visuale.* Nel campo della realtà virtuale ed aumentata, si rivolge particolare attenzione ai display aptici e uditivi. La resa multisensoriale di informazioni complesse viene studiata in contesti interattivi (*data exploration*).
4. *Percezione applicata all'interazione uomo-macchina.* Le tecniche della psicologia sperimentale sono applicate allo studio di dispositivi e modalità di interazione. I modelli predittivi dell'interazione uomo-macchina sono sottoposti a verifica sperimentale in diversi contesti sensoriali.
5. *Display pubblici.* Interazione gestuale con display audio-visuali in ambiente popolato. Studio dei comportamenti di interazione con i display.
6. *Human-Centered AI (HCAI).* Progettazione incentrata sui bisogni degli utenti di sistemi e servizi basati sull'intelligenza artificiale. Progettazione di supertool che hanno lo scopo di aumentare, amplificare, potenziare e migliorare gli esseri umani, piuttosto che sostituirli. L'approccio HCAI mira a ridurre le prospettive di tecnologie fuori controllo, calmare i timori della disoccupazione guidata dai robot e diminuire le minacce alla privacy e alla sicurezza. A tal scopo la ricerca esplora come sviluppare metodi di progettazione per un'intelligenza artificiale utile, efficace, trasparente, equa ed etica.
7. *Sistemi interattivi per information retrieval.* Progettazione e valutazione di tecniche e sistemi interattivi per il supporto di situazioni sia formali che informali in cui c'è necessità di recuperare informazioni.
8. *Crowdsourcing e Social computing.* Progettazione di tecniche e sistemi computazionali che permettano un'interazione efficace tra le persone e le tecnologie per la risoluzione di problemi complessi. Studio e progettazione di sistemi per il supporto di attività sociali e collaborative. Sviluppo di comprensione empirica di come persone generiche reclutate online (crowd) possano contribuire alla soluzione di problemi complessi.
9. *Creatività.* Progettazione di sistemi per il supporto della creatività sia a livello individuale che di gruppo.
10. *Sistemi proattivi.* Progettazione di sistemi interattivi che possano anticipare alcune necessità informative degli utenti e fornire le informazioni desiderate in maniera proattiva.

## 2. Fondi con i quali si intende attuare la ricerca:

**A.** Finanziamenti provenienti dalla eventuale partecipazione a bandi PON, POR, PRIN, GNCS-INdAM. Fondi provenienti da PRIN 2017 ADASCOML (G. Fici).

**B.** I ricercatori coinvolti nel team hanno a disposizione fondi su conto terzi, FFR e residui di fondi su progetti di ricerca FIRB, PRIN, PON e GNCS conclusi. Si intende perseguire tutte le opportunità che il panorama nazionale offre in termini di finanziamenti di ricerca (FIRB, PRIN, PON, POR). Ovviamente, il successo di tale proposito dipende in primo luogo dalle opportunità offerte attraverso bandi competitivi ed in particolare rispetto alle competenze del gruppo. A livello di procacciamento di Fondi Europei, il gruppo è parte dei laboratori Infolife e Artificial Intelligence and Intelligent Systems del CINI, un consorzio Interuniversitario. Vi è attività in corso per poter partecipare a progetti in ambito H2020.

**C.** Si sottoporranno i progetti di ricerca illustrati sia in ambito regionale (progetti POR), sia in ambito nazionale (PON/GNCS), sia in ambito europeo (H2020). La partecipazione a tali bandi competitivi non garantirà il buon esito della proposta ma certamente darà visibilità al gruppo nei vari scenari in cui le proposte saranno presentate. Inoltre è d'interesse consolidare le già presenti sinergie sia con i gruppi dei diversi campi medici (oftalmologi, ecografisti, patologi,) che insistono sulle ricerche, sia con lo scenario nazionale e internazionale della Computer Science.

Progetto europeo ERASMUS + numero 573664-EPP-1-2016-1-BA-EPPKA2-CBHE-JP dal titolo REady for BUSiness, Integrating and validating practical entrepreneurship skills in engineering and ICT studies.

Fondi provenienti dal progetto PO FESR 2014-2020 3DLab-Sicilia (use case SIMAM), 08CT466990220

Fondi provenienti dal progetto I.T.A.M.A. ICT Tools for the diagnosis of Autoimmune diseases in the Mediterranean Area, CUP B71I18001110002

**D.** Nell'ambito del Programma Operativo Nazionale Ricerca e Innovazione (PON-RI 2014-2020) è stata finanziata con 197,588 euro una posizione di ricercatore a tempo determinato di tipo a, riservata ad un ricercatore proveniente da istituzione non appartenente all'Italia meridionale, che lavora nel campo dei

display multisensoriali a partire dall'estate 2019. Il Dipartimento ha approvato la proroga biennale di tale posizione nell'ambito della programmazione triennale. Nell'ambito del bando PRIN 2020, l'unità è capofila del consorzio per la proposta *Visual-Auditory-Tactile Trajectories*, che si propone di trovare rappresentazioni coerenti di traiettorie su diverse scale dello spazio egocentrico, attraverso una varietà di tecnologie in ambiti sensoriali diversi e interagenti. Ai fini dell'estensione e dell'applicazione della *Quantum Vocal Theory of Sound*, viene richiesta l'attivazione di un assegno di ricerca biennale.

### 3. Livello d'internazionalizzazione:

**A.** Elenco dei partner internazionali con cui è attivata una collaborazione per la realizzazione del progetto:

- Université du Québec, Montreal, Canada
- Université Paris-Est, Francia
- Université Paris Nord, Francia
- Université Paris Diderot, Francia
- King's College London, Regno Unito
- Eötvös Loránd University, Ungheria
- Universidade Nova de Lisboa, Portogallo
- University of Helsinki, Finlandia
- Université Claude Bernard Lyon 1, Francia
- Centrum Wiskunde & Informatica (CWI), Olanda
- Federal University of Uberlandia, Brasile
- University of South-Florida, USA
- Kyushu University, Japan

**B.** Il gruppo è già attivo in questo campo con collaborazioni documentate sia nazionali, con il consiglio nazionale delle ricerche (CNR) e istituto nazionale di geofisica e vulcanologia (INGV) sia internazionali con IBM T.J Watson Research Center, Harvard University, National Institute of Health (NIH), USA. Tali collaborazioni, in termini di produzione di lavori scientifici, verranno mantenute e possibilmente ampliate. Essendo le attività internazionali del gruppo rivolte soprattutto verso gli Stati Uniti, ci si pone come obiettivo di medio termine lo sviluppo di collaborazioni all'interno dell'Unione Europea.

**C.** Il gruppo ha svolto la propria attività ricerca già da anni in collaborazione con diversi enti di ricerca sia nazionale che internazionale, alcune tra queste collaborazioni hanno prodotto contributi letterari e altre hanno permesso di gettare le basi per possibili progetti futuri. In ambito internazionale è da segnalare la collaborazione con l'University of Dundee, con la Dublin City University, con Université Toulouse III - Paul Sabatier, con la Riga Technical University in Lettonia, con la Ruse University in Bulgaria, con Vilnius Gediminas Technical University in Lituania e con la Czech Technical University in Prague.

**D.** L'unità ha rapporti stabili di ricerca con le seguenti istituzioni: Delft University of Technology, KTH Stockholm; IRCAM Paris; ZHdK Zurich; Aalborg University Copenhagen; University of Helsinki; Aalto University; UC San Diego.

## **MAT/02 Algebra**

Si distinguono due ambiti di ricerca:

### **A.** *Identità polinomiali.*

Ricercatori coinvolti: Francesca Benanti (RU), Daniela La Mattina (PA), Fabrizio Martino (RTD), Antonio Giambruno (CE).

### **B.** *Teoria delle categorie.*

Ricercatori coinvolti: Giuseppe Metere (PA), Manuel Mancini (D).

### 1. Piano di ricerca per l'anno 2021.

#### **A.** *Identità polinomiali di un'algebra su un campo di caratteristica zero.*

La ricerca è focalizzata nello studio delle identità polinomiali di un'algebra su un campo di caratteristica zero, ovvero nello studio dei T-ideali dell'algebra libera mediante metodi combinatori ed asintotici che fanno riferimento alle rappresentazioni dei gruppi simmetrici e generali lineari. Il calcolo asintotico dei gradi delle rappresentazioni irriducibili del gruppo simmetrico in caratteristica zero è ben noto ed un'analisi della decomposizione del co-carattere di un'algebra in caratteri irriducibili per il gruppo simmetrico permette di ottenere valutazioni asintotiche che determinano invarianti delle corrispondenti varietà. Uno studio analogo è stato iniziato negli ultimi anni riguardante i polinomi centrali di un'algebra associativa. In quest'ambito sono stati definiti due ulteriori invarianti del corrispondente T-spazio dell'algebra libera ed uno degli obiettivi è quello di studiare tali invarianti mettendoli in relazione con gli invarianti noti dei T-ideali. Per

algebre non associative si studierà il problema di Specht per T-ideali di algebre di Jordan graduate. Per algebre munite di una funzione traccia si sono definite e studiate le identità polinomiali con traccia. In quest'ambito sono state classificate le varietà di algebre con traccia di crescita quasi polinomiale.

In modo più dettagliato si analizzeranno vari aspetti di questa teoria al fine di ottenere i seguenti risultati:

1. per algebre di Jordan, si cercherà di dimostrare la proprietà di Specht dei corrispondenti T-ideali, ossia che essi sono finitamente generati. In particolare, da un lato si cercherà di risolvere il problema per algebre di Jordan finitamente generate graduate da un gruppo, dall'altro per una qualunque algebra di Jordan senza sovrastrutture;
2. si classificheranno le color involutions per algebre di matrici e, conseguentemente, si studieranno le relative algebre semplici permettendo poi l'analisi della crescita delle codimensioni di una qualunque algebra graduata con color involution. In tal senso, saranno anche studiati i bicaratteri di un gruppo cercando una relazione di equivalenza che sia consistente con la teoria e più forte di quella attualmente presente in letteratura.
3. si studierà la relazione tra le identità polinomiali di una qualunque algebra graduata con color involution e l'involuppo Grassmanniano di una opportuna algebra con color involution di dimensione finita.
4. analisi e studio del T-ideale graduato generato dai polinomi Standard o dai polinomi di Capelli con involuzione \* allo scopo di ottenere una nuova caratterizzazione del T\*-ideale delle identità di ciascuna delle algebre semplici con involuzione. Una ricerca analoga sarà effettuata nell'ambito delle algebre con superinvoluzione e involuzione graduata.
5. si studieranno le identità differenziali di algebre significative su cui agisce un'algebra di Lie di derivazioni. Lo scopo primario è quello di determinare la crescita asintotica di tali identità ed un'eventuale caratterizzazione delle corrispondenti varietà. Particolare attenzione sarà rivolta allo studio delle derivazioni dell'algebra di Grassmann.
6. l'esistenza dei polinomi centrali per le matrici  $n \times n$  ha svolto un ruolo fondamentale per lo sviluppo della teoria delle PI-algebre. Si cercherà di ottenere la crescita esponenziale determinata dai polinomi centrali per un'algebra soddisfacente una identità polinomiale arricchita da un'ulteriore struttura confrontandola anche con la crescita esponenziale determinata dalle identità polinomiali. Saranno in particolare prese in considerazione le algebre con involuzione e le algebre graduate da gruppi abeliani finiti.
7. Nella classificazione delle algebre di dimensione finita un ruolo primario è svolto dalle algebre fondamentali. Nell'ambito delle algebre graduate si cercherà di determinare, a meno di una costante, l'esatta crescita delle corrispondenti codimensioni per un'algebra fondamentale. A tale scopo sarà essenziale sviluppare la teoria delle algebre fondamentali legandolo all'indice di Kemer.
8. Nell'ambito delle algebre con traccia si determinerà il comportamento asintotico delle codimensioni con traccia.

**B. Teoria delle categorie: Algebra categoriale intrinseca, co-omologia non abeliana e strutture categoriali interne.**

Algebra categoriale intrinseca: un approccio fibrazionale alla coomologia non abeliana e allo studio delle strutture categoriali interne. Nel 2021 si intende continuare il programma di studio al fine di introdurre una teoria categoriale dell'ostruzione che estenda quella classica di Schreier-MacLane.

In particolare, ci si concentrerà sullo studio degli aspetti fibrazionali della nozione di regular span di Yoneda e sue generalizzazioni non abeliane. Inoltre, si indagherà la nozione di additività in dimensione 2, riguardo (ma non solo) gruppi categoriali (simmetrici), sequenze 2-esatte, 2-limiti e 2-colimiti, versione stretta (gruppidi interni) e normalizzata (moduli incrociati) in contesti algebrici classici, quali Gruppi, Algebre di Lie/Leibniz, Algebre Associative etc.

2. Fondi con cui si intende attuare le attività delle due linee di ricerca A e B.

**A.** Le visite all'estero e la partecipazione ai convegni saranno finanziati con fondi ministeriali e di ateneo e con fondi del GNSAGA-INDAM e di enti di ricerca d'Israele e Brasile.

**B.** I periodi di permanenza e la partecipazione ai convegni saranno finanziati dai fondi individuali di Ateneo e da fondi derivanti dal gruppo INDAM - GNSAGA.

3. Livello di internazionalizzazione.

**A.** Sono previsti periodi di permanenza per collaborazioni di ricerca presso il Technion, Haifa, Israele, l'Università di San Paolo, l'Università Federale di Minas Gerais, l'Università di Campinas, Brasile. Sono inoltre previste visite di ricerca a Palermo dei prof. E. Aljadeff (Technion, Haifa, Israele), M. Zaicev (Moscow State University, Russia).

**B.** Sono previsti periodi di permanenza con collaborazioni di ricerca presso l'Université Catholique de Louvain, Belgio, con l'Università degli Studi di Milano e di Genova. Dal 30 agosto al 4 settembre 2021, organizzeremo a Genova (in partnership con Università degli Studi di Milano e dell'Università degli Studi di



Genova) il convegno internazionale “Category Theory 2021”, in versione ibrida (online e in presenza), dopo che l’edizione prevista per il 2020 è stata cancellata a causa della pandemia COVID19.

### MAT/03 Geometria

Si distinguono due ambiti di ricerca:

**A. Fondamenti di Geometria ed Algebre di Lie.**

Ricercatori coinvolti: Claudio Bartolone (PO), Giovanni Falcone (PA), Alfonso Di Bartolo (RU), Giuseppe Filippone (D), Mario Galici (D), Gianmarco La Rosa (D);

**B. Geometria algebrica.**

Ricercatori coinvolti: Gilberto Bini (PO), Vassil Kanev (PO), Luca Ugaglia (PA).

1. Piano di ricerca per l'anno 2021.

**A. Fondamenti di Geometria ed Algebre di Lie.**

Sono previste quattro linee di ricerca.

1. Negli anni passati ci siamo occupati di derivazioni di un'algebra di Lie nilpotente, producendo cinque articoli bene accolti (sempre su riviste ISI di buona qualità), due dei quali in collaborazione rispettivamente con Agota Figula e Rory Biggs. Procedendo in questa direzione, s'intendono classificare derivazioni non nulle di algebre di Leibniz nilpotenti.

2. Si conferma l'intenzione di studiare i codici di Goppa su curve ellittiche e iperellittiche, con particolare attenzione al calcolo di una opportuna base dello spazio di Riemann-Roch in caratteristica  $p > 0$ . Risultati parziali sono stati ottenuti in collaborazione con due colleghe dell'Università di Debrecen.

3. Portando avanti le ricerche svolte negli anni passati in collaborazione con il prof. Marco Pavone del Dipartimento di Ingegneria, che hanno condotto alla pubblicazione di tre lavori su riviste in Q1, e con la prof. Agota Figula e la dott. Carolin Hannusch dell'Università di Debrecen, che hanno condotto alla pubblicazione di un lavoro su rivista in Q2, si vogliono studiare adesso i sistemi di triple di Steiner risolubili (quindi i sistemi di triple di Kirkman) associando ad essi la loro struttura di loop commutativo.

4. In un lavoro del 2015, Falcone e Di Bartolo hanno caratterizzato le funzioni di due variabili complesse con tre periodi linearmente indipendenti su  $\mathbb{R}$  in termini della Jacobiana generalizzata di una opportuna curva ellittica. Poiché già nel 1973 Andreotti e Gherardelli avevano mostrato come tali Jacobiane sono collegate ai campi numerici cubici non totalmente reali, come ripreso in Vallières, Connected abelian complex Lie groups and number fields. J. Théor. Nombres Bordx. (2012), si intende determinare la connessione tra le funzioni di due variabili complesse con tre periodi linearmente indipendenti su  $\mathbb{R}$ , i campi numerici cubici non totalmente reali, e i punti di torsione sulla Jacobiana generalizzata.

**B. Geometria algebrica.**

Sono previste quattro linee di ricerca.

1. Si intende studiare la classificazione birazionale delle varietà algebriche da vari punti di vista. Da un lato si estenderà l'uso di invarianti birazionali, quali la dimensione di Kodaira e quella pseudo-effettiva, nonché gli invarianti introdotti dalla teoria di Fujita per la classificazione di varietà polarizzate, dall'altro si cercherà di comprendere se alcuni oggetti algebrici, come, ad esempio, le cluster algebras, possano essere applicate allo studio delle trasformazioni birazionali di varietà proiettive.

2. Dal punto di vista applicativo, si intende proseguire lo studio di proiezioni birazionali dallo stesso spazio proiettivo a più spazi proiettivi sulla base di problemi che vengono dalla Computer Vision. Nel caso di due spazi proiettivi come schermi delle proiezioni, si intende proseguire lo studio delle principali proprietà, nonché la struttura geometrica della varietà delle matrici fondamentali come spazi omogenei.

3. Sul tema degli spazi di Hurwitz si lavorerà prima di tutto sulla preparazione per la pubblicazione dei risultati ottenuti sulla varietà di moduli di rivestimenti di Galois di una curva fissata e sulla varietà di moduli di rivestimenti di una curva fissata con gruppo di monodromia ristretto. E' prevista la continuazione delle ricerche sul tema di applicazioni aritmetiche di questa teoria, quale determinare il campo di definizione delle varietà di moduli e delle famiglie di rivestimenti in relazione al campo di definizione della curva fissata.

4. Si intende proseguire lo studio degli scoppiamenti di superfici toriche in un punto generale. In particolare, dato un poligono  $P$  con vertici interi, si può associare ad esso una coppia  $(X,H)$ , dove  $X$  è una superficie torica ed  $H$  un fibrato ampio su di essa. Si intende studiare la costante di Seshadri del fibrato  $H$  nel punto generale della superficie torica  $X$ , cercando di descrivere tale costante in funzione della geometria del poligono  $P$  (area, larghezza intera, numero di punti interi). Si vogliono inoltre produrre esempi di poligoni  $P$  tali che lo scoppiamento della superficie torica associata nel punto generale abbia cono effettivo non poliedrale. Questo problema risulta essere strattamente legato al problema della finita generazione del cono

effettivo dello spazio dei moduli di curve stabili di genere 0.

## 2. Fondi con cui si intende attuare le attività delle due linee di ricerca A e B.

Per quanto riguarda la linea A, si dispone di un fondo Erasmus per la didattica, che si intende integrare appena possibile con fondi INDAM (bando 31 ottobre 2021), per recarsi a Debrecen.

Inoltre, parte delle spese per la mobilità saranno sostenute dal progetto Fondecyt (Ministero dell'educazione del Cile).

## 3. Livello di internazionalizzazione.

Le ricerche saranno svolte in collaborazione con colleghi dei seguenti paesi:

**A.** -Ungheria (Agota Figula e Carolin Hannusch, Debrecen);

- Sud Africa (Rory Biggs, Pretoria).

**B.** - Francia (Samuel Boissière, Poitiers, Ana-Maria Castravet, Parigi - Robert Laterveer, Strasburgo - Alessandra Sarti, Poitiers);

- USA (Gian Mario Besana, Chicago - Jenia Tevelev, Amherst);

- Cile (Antonio Laface, Concepción).

## **MAT/04 Matematiche complementari**

Si distinguono due ambiti di ricerca:

### **A.** *Storia della matematica.*

Ricercatori coinvolti: Cinzia Cerroni (PA), Maria Alessandra Vaccaro (RU), Aldo Brigaglia (CE), Donatella Maria Collura (D)

### **B.** *Didattica della matematica.*

Ricercatori coinvolti: Benedetto Di Paola (PA); Giulia Buttitta (D)

## 1. Piano di ricerca per l'anno 2021

**A.** *Storia della matematica.* Sono previste le seguenti linee di ricerca:

1. Storia della Geometria Algebrica con particolare riferimento alle opere di Luigi Cremona e Corrado Segre.  
2. Lo studio e la storia delle trasformazioni quadratiche e il loro ruolo nella prima formulazione del concetto di trasformazione birazionale, partendo dai lavori di L. Magnus e G. Schiaparelli per concludere con quelli di L. Cremona, E. Beltrami e T. Hirst.

3. Le complesse vicende legate allo studio di problemi “elementari” nel corso del tempo, quali quelli relativi alle origini e sviluppo delle cubiche ellittiche legate alla Geometria del triangolo.

4. Tracciare l’evoluzione storica che partendo dalla configurazione del quadrilatero completo e le relative proprietà, attraverso la catena di Clifford arriva a determinare, per ciascun passo della suddetta catena, la corrispondenza con i politopi nello spazio n-dimensionale.

5. La storia dello sviluppo delle geometrie non desarguesiane e non archimedee con quella, a esse collegate, delle algebre (ottonioni, ecc.).

6. Ricerche collegate al Circolo Matematico di Palermo, in particolare approfondire i rapporti tra G.B. Guccia, H. Poincaré e G. Mittag Leffler.

7. La pubblicazione di carteggi e altro materiale d’archivio con speciale riferimento a Luigi Cremona, E. Beltrami, G. Battista Guccia, Placido Tardy e ai matematici napoletani.

8. Le origini e la successiva formalizzazione matematica delle figure geometriche stellate, dal loro impiego nell’arte alla definitiva matematizzazione da parte di Keplero, passando per i meno noti matematici del medioevo che contribuirono alla loro sistematizzazione teorica.

9. Nel quadro della nascita della scienza nazionale italiana durante il Risorgimento, si analizzerà l’influenza della presenza in Italia di matematici stranieri nel periodo pre-unitario sull’ambiente scientifico italiano ed in particolare sulle riviste, quali gli Annali e il Giornale di Matematiche.

10. Il sorprendente ruolo della matematica nella letteratura (in collaborazione con la dott.ssa Elena Toscano, RU MAT/08).

11. Aspetti storici dell’influenza delle idee e delle metodologie bourbakiste su discipline che trascendono l’ambito matematico (relazioni tra Bourbaki e Oulipo, in collaborazione con la dott.ssa Elena Toscano, RU MAT/08).

**B.** *Didattica della Matematica.* Sono previste le seguenti linee di ricerca:

1. Linguistico-matematico: si propongono ricerche teorico-sperimentali atte ad analizzare sperimentalmente la disciplina in oggetto come Linguaggio;

2. Matematica, Scienze e realtà: si propongono collegamenti interdisciplinari tra Matematica, Fisica, Scienze, Statistica, Letteratura, Musica etc. con particolare riferimento ai modelli e ai processi cognitivi sottesi

all’Insegnamento/Apprendimento delle stesse in contesti scolastici, come ad esempio quelli definiti nei Licei matematici (LM) attivati a Palermo;

3. **Matematica e cultura:** si propongono ricerche finalizzate alla comparazione di processi cognitivi messi in atto da studenti di cultura differente inseriti nelle classi italiane e non solo. Tali riflessioni fanno da sfondo per la definizione di un Quadro teorico per la formazione insegnanti in contesti multiculturali come quello della “trasposizione culturale” e per la definizione/realizzazione di strumenti didattici realizzati ad hoc.

4. **Neuroscienze e Insegnamento/Apprendimento delle Matematiche:** si analizzano errori, ostacoli e misconcetti rintracciati nella pratica didattica matematica in classe alla luce di possibili riflessioni discusse in letteratura in ambito neuro-scientifico;

5. **Aspetti metodologici di analisi quantitativa e qualitativa per la ricerca in Didattica:** si approfondisce l’utilizzo di metodiche di tipo qualitativo (analisi audio-video; interviste; protocolli etc.) e quantitativo (clustering gerarchico/non gerarchico e analisi implicativa) per l’analisi dei processi messi in luce dagli studenti nel problem solving matematico;

6. **Rapporti tra Storia e Didattica della Matematica:** si discutono alcuni aspetti teorico-sperimentali relativi alle problematiche storico/didattiche nella pratica matematica d’aula e nella formazione insegnanti in servizio e pre-servizio di tutti i gradi scolastici.

## 2. Fondi con cui si intende attuare le attività di cui sopra.

**A.** Fondi GNSAGA-INDAM;

**B.2.** ERASMUS+ Developing Bridging Courses for Mathematics and Science Teacher Students (Bridge2Teach)

**B.4.** Horizon 2020 Enhancement of research excellence in Mathematics Teacher Knowledge (MaTek)

**B.3.** Fondo GIMAT per la formazione insegnanti.

## 3. Livello di internazionalizzazione.

**A.** Molte sono le collaborazioni con altri gruppi di ricerca nazionali e internazionali. In particolare, per quello che riguarda il materiale di archivio ci sono collaborazioni con l’Università di Milano e di Torino, l’Università di Perugia e l’Università della Basilicata. Per le altre ricerche, ci sono collaborazioni con l’Università di Lille e di Nancy. Si segnala inoltre la partecipazione al progetto CIRMATH Italo-Francese.

**B.** Molte sono le collaborazioni con altri gruppi di ricerca nazionali e internazionali in Didattica della Matematica che lavorano sulle stesse tematiche di ricerca. Tra questi: il gruppo di ricerca di Bari, Bologna, Bolzano, Catania, Modena-Reggio Emilia, Roma, Salerno etc. per il contesto nazionale; il gruppo di ricerca di San Diego, (USA), il gruppo di ricerca di Pechino (Cina), quello che lavora a Melilla (Spagna) e quello svizzero (Locarno), per quanto riguarda il contesto internazionale. A queste si aggiungono le collaborazioni di ricerca e divulgazione di pratiche didattiche con i partner stranieri (AT, CY, CZ, LT, UK, SK); collaborazioni di ricerca in MAT/04, definite anche grazie ai progetti europei di Didattica della Matematica che vedono Benedetto Di Paola come coordinatore locale e UniPa partner di progetto.

## **MAT/05 Analisi Matematica**

Si distinguono i seguenti ambiti ricerca:

**A.** *Frame generalizzati, teoria degli operatori e delle algebre di operatori.*

Ricercatori coinvolti: Camillo Trapani (PO); Francesco Tschinke (RU); Giorgia Bellomonte (RTD) Rosario Corso (AdR - Impegno parziale).

**B.** *Integrazione, spazi funzionali, problemi di convergenza e applicazioni.*

Ricercatori coinvolti: Diana Caponetti (PA), Valeria Marraffa (PA), Luisa Di Piazza (CE).

**C.** *Equazioni differenziali e punti fissi.*

Ricercatori coinvolti: Calogero Vetro (RU), Pasquale Vetro (CE), Antonella Nastasi (CE) con la collaborazione di Elena Toscano (RU MAT/08).

**D.** *Metodi variazionali, topologici e dinamici per problemi differenziali non lineari.*

Ricercatori coinvolti: Barbara Brandolini (PO), Roberto Livrea (PO), Francesca Dalbono (RU), Elisabetta Tornatore (RU), Angela Sciammetta (RTDA), Diego Averna (CE), Rosario Corso (AdR).

**E.** *Integrazione non assolutamente convergente e applicazioni, problemi ellittici e di frontiera libera.*

Ricercatori coinvolti: Francesco Tulone (RU).

## 1. Piano di ricerca per l'anno 2021.

**A.** *Frame generalizzati, teoria degli operatori e delle algebre di operatori.*

L’attività è articolata fondamentalmente su due linee:

1. Basi, frames e problemi di approssimazione. Sono state fin qui studiate generalizzazioni del concetto di base in strutture hilbertiane: basi di Riesz generalizzate, basi distribuzionali, frame, “reproducing pairs”, weak A-frame e weak A-lower (e upper) semiframes. Queste ultime sono nozioni introdotte recentemente e si intende cercare una possibile caratterizzazione delle forme sesquilineari ad esse collegate. Si vuole inoltre proseguire lo studio delle applicazioni debolmente misurabili in spazi di Hilbert “rigged” -nel caso specifico di upper e lower semiframes-, delle proprietà degli operatori che agiscono in spazi di Hilbert rigged e delle rispettive formule di ricostruzione. Proseguirà pure l'indagine sulla conservazione di basi di Riezs, basi ortonormali e di frames anche generalizzati, lungo catene di spazi di Hilbert e si studieranno poi le forme sesquilineari legate a tali generalizzazioni. Oggetto di studio saranno anche i moltiplicatori definiti da frames duali, in particolare verranno cercati condizioni affinché gli spettri di tali operatori siano al più numerabili e criteri per individuare regioni del piano complesso in cui gli spettri sono contenuti.

2. La nozione di elemento limitato di una quasi \*-algebra localmente convessa, studiata con successo nel caso di quasi \*-algebre di Banach, ammette un'estensione naturale al caso non normato se si sfrutta la nozione di elemento "limitato per l'ordine" introdotta definendo in modo opportuno la nozione di cono degli elementi positivi. Scopo della ricerca è provare che il raggio spettrale di un elemento della quasi \*-algebra localmente convessa è finito se e soltanto l'elemento in questione è "limitato per l'ordine". Si intende inoltre proseguire lo studio intrapreso sui funzionali rappresentabili, anche questo già condotto nel caso normato, su una quasi \*-algebra localmente convessa. La ricerca mira a determinare i funzionali rappresentabili continui rispetto alla topologia della quasi \*-algebra.

**B. Integrazione, spazi funzionali, problemi di convergenza e applicazioni.**

Si distinguono le seguenti linee di ricerca:

1. Rappresentazioni integrali di multimisure. Si continua lo studio dell'integrabilità di una funzione scalare rispetto a una multimisura, al fine di ottenere versioni del teorema di Radon-Nikodym per integrali di tipo di Bartle-Dunford-Schwartz per multimisure. La teoria delle funzioni scalari integrabili rispetto a misure a valori in uno spazio di Banach, è abbastanza ricca e interessante, e non così semplice come la teoria delle funzioni scalari integrabili rispetto a misure positive. L'integrale di Bartle-Dunford-Schwarz è un integrale classico di funzioni scalari rispetto a misure vettoriali. Sulla teoria dell'integrazione di funzioni scalari rispetto a multimisure, al momento quasi nulla è noto e solo pochi risultati si hanno sull'argomento. Si studieranno problemi di convergenza di funzioni e multifunzioni rispetto a successioni di misure convergenti. Questi risultati di convergenza per misure diverse hanno applicazioni significative in vari campi come ad esempio nei processi stocastici, in statistica, nell'elaborazione di segnali e immagini.

2. Inclusioni differenziali governate da misure. Nello studio dell'evoluzione di un gran numero di processi nella vita reale, si osserva che le grandezze misurate hanno spesso discontinuità. Ad esempio, si trova tale caratteristica ogni volta che in un'evoluzione continua di un fenomeno si verificano perturbazioni discrete. Ciò conduce allo studio sulle proprietà dell'insieme di soluzioni di un problema molto generale: inclusioni differenziali governate da misure di Borel. Questa è una classe molto completa, che copre un ampio numero di problemi classici come: inclusioni differenziali, inclusioni di differenze, problemi impulsivi, problemi dinamici su scale temporali o equazioni differenziali generalizzate. Negli ultimi anni, abbiamo ottenuto risultati di compattezza e dipendenza continua o condizioni di minimalità per tali problemi, sotto varie ipotesi: imponendo condizioni di variazione limitate sulla multifunzione, condizioni di equi-integrabilità o anche di epsilon-variazione. Ci si propone di studiare le proprietà di stabilità delle soluzioni di problemi differenziali di misura multivoche nel caso si verifichino perturbazioni, ovvero problemi di stabilità di tipo di Lyapunov. Si proseguirà inoltre lo studio di proprietà topologiche per l'insieme delle soluzioni di operatori definiti sullo spazio delle funzioni regolate.

3. Misure di non compattezza e spazi funzionali. Le misure di non compattezza sono ampiamente usate nella teoria degli operatori e nella teoria delle equazioni differenziali in spazi di Banach. Ai fini delle applicazioni è utile avere degli strumenti che permettono la valutazione o la stima della misura di non compattezza dei sottoinsiemi limitati di spazi di funzioni. A partire da Ambrosetti e Nussbaum, i cui risultati hanno come caso particolare il teorema di Ascoli-Arzelà, la letteratura è ricca di risultati che vanno in questa direzione. Il nostro obiettivo è quello di studiare il problema in spazi di funzioni limitate a valori vettoriali definite su un insieme generico, e in spazi di funzioni differenziabili. A tal fine si intendono costruire nuove misure regolari di non compattezza negli spazi presi in considerazione, definite a partire da un nuovo concetto di equicontinuità. Esamineremo criteri di compattezza del tipo di Ascoli-Arzelà in contesti generali.

**C. Equazioni differenziali e punti fissi.**

Si distinguono due linee di ricerca:

1. (C. Vetro, A. Nastasi) Equazioni differenziali. La ricerca è finalizzata allo studio di problemi differenziali nonlineari guidati da operatori differenziali non omogenei, sotto diverse condizioni al bordo. Si utilizzeranno metodi variazionali, metodi topologici, la tecnica di riscaldamento della funzione di test e stime a priori per

studiare l'esistenza e la non esistenza di soluzioni, ponendo attenzione alla stabilità, al comportamento asintotico e agli eventuali fenomeni di blow-up.

2. (C. Vetro, P. Vetro, A. Nastasi con la collaborazione di E. Toscano) Metodi di punto fisso. Studio e approssimazione delle soluzioni di problemi integro-differenziali in diversi spazi ambiente, mediante tecniche di punto fisso. Elaborazione e ricostruzione di segnali su grafi a partire da campioni parziali, mediante la generalizzazione e combinazione di schemi iterativi di punto fisso.

**D. Metodi variazionali, topologici e dinamici per problemi differenziali non lineari.**

Si distinguono le seguenti linee di ricerca:

1. Si prevede di considerare alcune classi di equazioni in cui l'operatore differenziale è eventualmente non omogeneo ed in forma di divergenza, sotto condizioni al bordo di diversa natura. Inoltre, sarà studiata l'esistenza di almeno quattro soluzioni regolari di un problema non locale.

Si pensa di investigare anche opportune classi di equazioni ordinarie del sesto ordine e di sistemi asintoticamente lineari del secondo ordine con l'obiettivo di stabilire la molteplicità di soluzioni. In tutti i casi si pensa di adottare un approccio variazionale in combinazione con i metodi topologici. Infine, come tematiche più astratte, si studieranno versioni non regolari dell'approfondimento, recentemente concluso, del teorema del passo montano e si inizierà ad indagare su una possibile versione non standard del principio variazionale di Ekeland.

2. Studio di esistenza e molteplicità di soluzioni radiali per equazioni ellittiche governate dagli operatori Laplaciano e  $p$ -Laplaciano, usando la teoria delle varietà invarianti e trasformazioni di tipo Fowler. Particolare attenzione verrà dedicata allo studio di non-esistenza ed esistenza di soluzioni positive per un problema di Dirichlet associato all'equazione della curvatura scalare in una palla. Si prevede, inoltre, di investigare comportamento asintotico e proprietà nodali di soluzioni radiali di equazioni di Laplace nonlineari.

3. Si vogliono studiare varie questioni riguardanti il  $p$ -Laplaciano ed il suo equivalente anisotropo. Per esempio, nel caso isotropo si vogliono classificare i punti critici di disuguaglianze tipo Caffarelli-Kohn-Nirenberg. Nel caso anisotropo si vogliono considerare equazioni la cui parte principale ha come prototipo il  $p$ -Laplaciano anisotropo e studiare gli effetti che la presenza di termini singolari di ordine zero, o di termini di ordine uno con crescita "naturale", o di dati solo sommabili hanno sull'esistenza di soluzioni distribuzionali e sulla loro regolarità.

**E. Integrazione non assolutamente convergente e applicazioni, problemi ellittici e di frontiera libera.**

Le linee di ricerca saranno le seguenti: 1. Integrazione astratta; si studieranno alcuni Integrali non assolutamente convergenti negli spazi  $L^r$  e si indagherà sulla loro eventuale equivalenza con altri integrali.

2. Problemi ellittici: saranno studiati esistenza e molteplicità di soluzioni per problemi ellittici tramite tecniche variazionali

## 2. Fondi con cui si intende attuare le attività di ricerca.

**A.** Fondi CORI 2020, INdAM-GNAMPA e FFR di Ateneo.

**B.** FFR di Ateneo e Fondi INdAM-GNAMPA.

**C.** FFR di Ateneo.

**D.** INdAM-GNAMPA, progetto PRIN 2017: Nonlinear Differential Problems via Variational, Topological and Set-valued Methods (codice del progetto: 2017AYM8XW), Progetto PRIN 2017: Qualitative and quantitative aspects of nonlinear PDEs (codice del progetto: 2017JPCAPN).

**E.** FFR di Ateneo e eventuali fondi GNAMPA.

## 3. Livello di internazionalizzazione.

**A.** Su queste linee di ricerca sono in atto collaborazioni con studiosi di diversi paesi europei (Austria, Belgio, Grecia, Polonia) e giapponesi. Collaborazione con il Prof. Peter Balazs (Acoustics Research Institute, Austrian Academy of Sciences, Vienna, Austria) su fondi CORI 2020 per la mobilità di studiosi stranieri verso l'Università di Palermo.

**B.** Cooperazione scientifica con autori stranieri (Polonia, Romania).

**C.** Collaborazione scientifica con studiosi stranieri (Arabia Saudita, Bulgaria, Cina, Francia, Grecia, Polonia, Repubblica Ceca, Romania, Slovenia).

**D.** Collaborazioni con autori stranieri (Australia, Belgio, Bulgaria, Francia, Germania, Grecia, Portogallo, USA).

**E.** Collaborazioni con autori stranieri (Russia, Georgia, Polonia, USA, Svizzera).

## MAT/06 Probabilità e Statistica Matematica

Ricercatori del dmi coinvolti: G. Sanfilippo (PA)

### 1. Piano di ricerca per l'anno 2021

**A. Operazioni logiche generalizzate tra eventi condizionati.** Approfondimento delle operazioni logiche tra eventi condizionati e del ruolo dei costituenti condizionali; studio della validità delle formule classiche della probabilità (principio di inclusione esclusione, Frèchet-Hoeffding bounds, formula di decomposizione, proprietà distributiva, leggi di De Morgan) nella teoria dei condizionali basata sui numeri aleatori condizionati; caratterizzazione della coerenza su famiglie finite di eventi condizionati e su tutte le intersezioni costruite da essi. Verranno inoltre studiati gli estremi inferiori e superiori per la previsione dell'intersezione di ogni sottofamiglia finita di  $n$  eventi condizionati. Tali estremi verranno messi in relazione con alcune ben note norme triangolari utilizzate nella logica fuzzy. Caratterizzazione dell'implicazione probabilistica ( $p$ -entailment) di un evento condizionato  $E|H$  da una famiglia di eventi condizionati  $F$  in termini di un condizionale iterato  $(E|H)|(C(F))$ , dove  $C(F)$  è la congiunzione degli eventi in  $F$ , che sia costante e uguale a 1

**B. Condizionamento iterato, inferenza probabilistica e Teorema di Deduzione probabilistica.** Analisi di alcuni casi di valutazioni probabilistiche di carattere intuitivo e controverso formalizzando l'informazione latente mediante opportuni condizionali iterati, con applicazioni nella psicologia del ragionamento incerto. Dopo aver analizzato alcuni controesempi (monotonia, transitività) in cui non vale in generale il teorema di deduzione logica per l'implicazione probabilistica si fornirà una versione debole di tale teorema valido da un punto di vista probabilistico.

**C. Sillogismi condizionali generalizzati nel quadro della coerenza.** Si porterà avanti lo studio sulle generalizzazioni dei sillogismi condizionali (modus ponens, modus tollens, negazione dell'antecedente, affermazione del conseguente) in cui le premesse e le conclusioni non condizionate (ad esempio  $A, C$ ) verranno sostituite con eventi condizionati ( $A|H, C|K$ ) e la premessa condizionata (ad esempio  $C|A$ ) verrà sostituita con un evento condizionato iterato  $((C|K)|(A|H))$ . Tale analisi necessita dell'introduzione di una opportuna definizione di coerenza che coinvolga assegnazioni "probabilistiche" anche su eventi condizionati iterati e sull'intersezione di eventi condizionati. Un'interpretazione in termini geometrici della nozione di coerenza, consentirà di avere una visione unificata e strutturalista dei quattro sillogismi condizionali.

**D. Regole di punteggio appropriate per previsioni probabilistiche.** Si forniranno i risultati relativi ad uno studio che riguarda l'uso delle proper scoring rules per valutare la qualità di previsioni probabilistiche. In particolare si considererà una situazione in cui due proponenti preferiscono essere valutati mediante una procedura che dipende dalla previsione probabilistica dell'altro piuttosto che dalla propria. A tal proposito viene fornito un ottimo di Pareto sugli scambi delle valutazioni tra i due proponenti. Un caso particolare che coinvolge la divergenza di Kullback e la corrispondente misura simmettrizzata viene applicato ad una procedura di previsione basata su osservazioni sequenziali e su un apprendimento bayesiano. Applicazioni in Matlab.

**E. Interpretazioni probabilistiche dei principi della logica connessiva.** La logica connessiva emerge dall'intuizione che i condizionali della forma "se non- $A$  allora  $A$ " (validi nella logica classica) non debbano essere validi, poiché l'antecedente non- $A$  contraddice il suo conseguente  $A$ . In tale ambito, verranno studiati due approcci probabilistici, nel quadro della coerenza, che verificano la validità dei più noti principi tipici della logica connessiva.

### 2. Fondi con cui si intende "attuare" le attività di cui sopra.

Si utilizzeranno i fondi della ricerca di Ateneo, i fondi GNAMPA-INdAM ed Erasmus+.

### 3. Livello d'internazionalizzazione

**A.** Collaborazione nazionale e con l'Istituto di Intelligenza artificiale di Barcelona (Spagna).

**B.** Collaborazione con il prof. David Over dell'Università di Durham (Regno Unito) e con il prof. Niki Pfeifer dell'Università di Regensburg (Germania).

**C, E.** Questo programma prevede la collaborazione con il prof. Niki Pfeifer dell'Università di Regensburg (Germania) che potrebbe visitare il dipartimento nell'ambito del programma Erasmus+.

**D.** Questo programma prevede la collaborazione con il prof. Frank Lad dell'Università di Canterbury, Christchurch, Nuova Zelanda e di un gruppo di ricercatori del Regno Unito (University of Hertfordshire).

## MAT/07 Fisica Matematica

Si distinguono due ambiti di ricerca:

**A. Modelli matematici e sistemi dinamici.**

Ricercatori coinvolti: Marco Maria Luigi Sammartino (POE), Maria Carmela Lombardo (PO), Vincenzo Sciacca (PA), Gaetana Gambino (PA), Francesco Gargano (RTDAE), Andrea Argenziano (D), Faezeh Farivar (D), Valeria Giunta (CE), Antonio Maria Greco (CE);

**B. Meccanica statistica e struttura della materia.**

Ricercatori coinvolti: Valeria Ricci (RU).

1. Piano di ricerca per l'anno 2021.

**A. Modelli matematici e sistemi dinamici. Distinguiamo le seguenti sei linee di ricerca.**

**1. Modellistica matematica mediante sistemi di reazione-diffusione con diffusione non lineare.** Negli ultimi anni le equazioni di tipo reazione-diffusione sono state ampiamente utilizzate per descrivere il meccanismo attraverso il quale la rottura di omogeneità e l'auto-organizzazione (nello spazio e nel tempo) conducono alla nascita di nuove strutture coerenti (pattern). Grande attenzione è stata data alla generazione di pattern di tipo Turing, strutture periodiche nelle variabili spaziali e stazionarie nel tempo, la cui formazione è essenzialmente dovuta alla destabilizzazione, per effetto della diffusione, di uno stato stazionario stabile per il sistema di reazione. La Turing instabilità è stata largamente studiata in sistemi in cui la cinetica non lineare è accoppiata alla diffusione lineare, ipotesi quest'ultima semplificatrice e non ammissibile per la descrizione dei fenomeni di diffusione in diversi contesti, dalla biochimica ai sistemi geologici con eterogeneità, dall'ecologia a processi industriali come l'elettrodeposizione.

**1.1 Sistemi di tipo Reazione-Diffusione con cross-diffusione lineare.** E' noto che l'esistenza globale delle soluzioni, in sistemi reazione-diffusione con matrice di diffusione completa (quindi in presenza di cross diffusione lineare), è dimostrabile solo nel caso di cinetiche per cui valgono leggi di bilancio. Ci si propone di dimostrare l'esistenza globale delle soluzioni in casi meno restrittivi, ad esempio per la cinetica di tipo Schnakenberg, in cui la sola proprietà di cancellazione dei termini non lineari (dovuta alla reversibilità della reazione chimica) dovrebbe permettere di determinare un controllo uniforme sulla massa totale delle componenti, che suggerirebbe così l'impossibilità di blow up in un tempo finito. La cross diffusione lineare non assicura, inoltre, la positività delle soluzioni. Ci si propone, dunque, di indagare sotto quali condizioni tale positività si preserva.

**1.2 Sistemi di tipo Reazione-Diffusione per la modellizzazione di malattie infiammatorie (Eritemi, Sclerosi Multipla, gliomi cerebrali).** Si intendono sviluppare modelli matematici per la descrizione di una classe di malattie che condividono una patogenesi di tipo infiammatorio; nella fattispecie si descriveranno i meccanismi che determinano l'insorgenza di fenomeni di rash cutaneo (quali il Lyme disease, l'eritema ricorrente multiforme) e della Sclerosi Multipla. In quest'ultimo caso ci si focalizzerà sul processo di demielinizzazione, che determina la formazione delle caratteristiche placche della materia cerebrale. Si intende inoltre tenere conto degli effetti antinfiammatori prodotti da alcune specie di citochine, ciò al fine di descrivere alcuni processi riparativi messi in opera dal sistema immunitario come risposta all'attacco della malattia. Tale risposta immunitaria determina, nel caso degli eritemi, la risoluzione (temporanea o definitiva) dello stato infiammatorio e, nel caso della Sclerosi Multipla, la riparazione spontanea delle lesioni con la conseguente formazione delle cosiddette shadow plaques. Si adopereranno modelli di tipo reazione-diffusione-chemotassi sia con diffusione cross non lineare, che ben riproducono i processi diffusivi nei mezzi non omogenei quali la materia cerebrale, sia con diffusione di tipo frazionario, per riprodurre la capacità di creazione delle metastasi a lungo raggio, che è una caratteristica tipica dei gliomi cerebrali.

**1.3 Formazione di pattern in sistemi Reazione-Diffusione con bistabilità.** Alcuni sistemi reazione-diffusione possono ammettere, per lo stesso set di parametri, più stati stazionari stabili da cui possono insorgere instabilità diffusive diverse che interagiscono tra loro. In tal caso i pattern che si formano sono strutture con ampiezza molto grande dovuta all'accoppiamento dei modi spaziali critici con un modo omogeneo quasi neutrale. Il problema della pattern selection deve, dunque, tenere conto dell'accoppiamento di questi modi e, la classica weakly nonlinear analysis, che si applica nei casi monostabili per prevedere la formazione dei pattern, va opportunamente modificata. Si intende analizzare il meccanismo di formazione dei pattern in un sistema di tipo FitzHugh-Nagumo, che supporta la bistabilità dei suoi stati stazionari omogenei, con cross diffusione lineare. In particolare, in domini bidimensionali si intende mostrare l'insorgere di strutture tipo rombi risonanti e superlattice quasi-periodici.

**2. Formazione di pattern oscillatori: interazione fra biforcazioni Turing- Hopf e fenomeni non-lineari nel caso sub-critico.** È stato recentemente scoperto che alcuni sistemi di reazione-diffusione possono dare luogo, oltre ai pattern di tipo Turing descritti al punto 1), anche a pattern di Turing oscillanti nel tempo (STOS: spatio-temporally oscillating solutions). Si tratta di fenomeni ben diversi dalle oscillazioni uniformi dovute alla presenza di una biforcazione di Hopf nel termine cinetico; essi sono generalmente dovuti o alla risonanza di modi di Turing instabili con sub- armoniche Hopf-instabili oppure all'interazione di modi di Turing instabili con una biforcazione subcritica. Si intende dunque investigare il fenomeno delle STOS in

sistemi di tipo reazione- diffusione con termine diffusivo non lineare, sia utilizzando cinetiche di tipo Lengyel-Epstein (per indagare l'interazione con i modi Hopf-instabili), sia utilizzando cinetiche tipo Lotka-Volterra (per indagare l'interazione con la biforcazione subcritica. In entrambi i casi si prevede di procedere con un'analisi di tipo debolmente non lineare in prossimità della biforcazione nonché con tecniche numeriche di tipo continuazione.

3. Soluzioni analitiche di equazioni della fluidodinamica. Si intendono dimostrare teoremi di buona posizione per alcune equazioni dissipative della fluidodinamica (per esempio le primitive equations, o le equazioni di Navier-Stokes) con tempi di esistenza che non dipendono dalla dissipazione. È noto che, quando il fluido interagisce con una frontiera si genera uno strato, il cui spessore è dell'ordine della radice quadrata della viscosità, dentro il quale si hanno alti gradienti di "vorticità", il cosiddetto boundary layer. In detto strato la dinamica è governata dalle equazioni di Prandtl. Si intende dunque sviluppare una procedura asintotica nel limite di viscosità nulla e dimostrare la sua validità rigorosa in opportuni spazi di funzioni analitiche.

4. *Studio di formazione di singolarità per le equazioni della Fluidodinamica.*

4.1. Fluidi ad alto numero di Reynolds interagenti con una frontiera rigida. È ben noto che nei fluidi che interagiscono con frontiere rigide ad alti numeri di Reynolds si innescano una serie di fenomeni che, in ultima istanza, portano al fenomeno della separazione non stazionaria del boundary layer ovvero alla formazione di strutture vorticosse sulla frontiera ed al loro successivo distaccamento ed immissione nel fluido esterno al boundary layer. È già stato mostrato recentemente, dal gruppo di Palermo in collaborazione con K. W. Cassel dell'I.I.T. di Chicago, come tali interazione siano strettamente legate alla presenza di singolarità complesse nella soluzione di Navier-Stokes. Si intende investigare su come le condizioni al contorno da imporre sulla frontiera possano influenzare la formazione delle singolarità complesse, ed il conseguente comportamento del fluido. Nella fattispecie si vuole investigare sul ruolo delle condizioni al contorno di Navier. Si vuole verificare la presenza di eventuali nuove interazioni viscoso-non viscoso tra boundary layer e fluido esterno o come le stesse interazioni, già presenti nel caso di condizioni di no-slip possano essere modificate.

4.2. Vortex-sheet e regolarizzazioni dell'equazione di Birkhoff-Rott. I flussi di tipo "shear layer" sono caratterizzati da forti variazioni del campo di velocità concentrate in una regione di piccolo spessore, all'interno della quale è presente un'elevata vorticità. Nel limite in cui lo spessore della regione tenda a zero si formano i "vortex-sheet", ovvero flussi in cui la vorticità si concentra su una curva nello spazio. Da un punto di vista matematico i vortex-sheet sono governati dall' equazione di Birkhoff-Rott, per il quale è noto che la soluzione formi in tempi finiti una singolarità nella curvatura della curva. E' possibile continuare l'evoluzione del vortex-sheet oltre il tempo di singolarità applicando alcune opportune regolarizzazioni all'equazione di Birkhoff-Rott (regolarizzazione di tipo vortex-blob o regolarizzazione di tipo Eulero- $\alpha$ ), oppure approssimando il moto del vortex-sheet con quello di un vortex layer di dimensione finita. Si intende investigare se le diverse regolarizzazione ammettano soluzioni diverse nel limite di zero-regolarizzazione, mostrando più in generale come non sia possibile provare l'unicità di soluzione deboli dell'equazione di Eulero per dati iniziali di tipo vortex-sheet.

5. Studio del flusso di Kolmogorov. L'attività di ricerca sarà rivolta allo studio della stabilità e della transizione alla turbolenza per un flusso di Kolmogorov stratificato in densità e sotto l'azione di un campo gravitazionale. Si intende caratterizzare come, all'aumentare del numero di Reynolds, la cascata di successive biforcazioni porti alla comparsa di stati sempre più complessi (da stati oscillatori o traslatori, passando a soluzioni quasi periodiche per arrivare a stati caotici); e capire come tale cascata sia influenzata dagli effetti della stratificazione. Saranno impiegate tecniche di tipo continuazione e proper orthogonal decomposition.

6. Analisi e Controllo di sistemi dinamici. Lo studio ed il controllo di sistemi dinamici caotici hanno ricevuto negli ultimi decenni un'attenzione via via crescente: ciò sia per l'interesse teorico per la dinamica non lineare che per le notevoli ricadute in ambito applicativo. Con il termine controllo si intende, in generale, l'applicazione ad un sistema caotico di un segnale esterno - di solito piccolo - al fine di ottenere una ben determinata dinamica (stazionaria, periodica o anche caotica). Una caratteristica essenziale del controllo applicato deve ovviamente essere la sua 'robustezza, ossia quanto i risultati dello studio su modelli idealizzati rimangono validi rispetto ai sistemi e alle condizioni reali. L'ambito nel quale si intende lavorare riguarda dunque la progettazione di controlli di tipo feedback (lineare e non lineare) per sistemi caotici. In particolare si studieranno i controlli per la cosiddetta famiglia di Lorenz generalizzata, una famiglia di sistemi caotici dipendenti da un parametro contenente in sé alcuni sistemi caotici di rilevante interesse, quali il sistema di Lorenz, il sistema di Chen e il sistema di Lu. Si prevede di studiare la robustezza del controllo rispetto a possibili ritardi temporali nell'inserimento del segnale: tale studio verrà portato avanti sia da un punto di vista analitico - studiando la possibilità di biforcazioni di tipo Hopf e determinando la corrispondente dinamica sulla varietà centrale al fine di determinare il carattere supercritico o subcritico della biforcazione- che da un punto di vista numerico, in modo da validare i risultati teorici.

B. *Meccanica statistica e struttura della materia.* L'ambito delle ricerche è lo studio matematico di sistemi



complessi fuori dall'equilibrio legati ad applicazioni di vario tipo, attraverso l'analisi del legame rigoroso tra le diverse scale di descrizione dei sistemi in esame e la validazione di modelli macroscopici per essi. I principali temi di ricerca sono quattro: la validazione a partire da sistemi di particelle di equazioni cinetiche e idrodinamiche di interesse teorico, lo studio di sistemi multifase di interesse applicativo (es. spray), la modellizzazione e risoluzione di problemi matematici derivanti dallo studio di plasmi termonucleari e astrofisici, in contesto teorico e applicativo, e l'analisi con mezzi matematici dei processi di visione a basse intensità luminose.

## 2. Fondi con cui si intende attuare le attività di ricerca.

Progetto Ignitor.

Sono previsti finanziamenti del GNFM – INDAM per le collaborazioni.

PRIN 2017YBKNCE Multiscale phenomena in Continuum Mechanics: singular limits, off-equilibrium and transitions.

## 3. Livello di internazionalizzazione.

**A.** - C. Bardos, Laboratoire Jacques-Louis Lions, Paris, (France);

- R. Caflisch, Courant Institute, New York (USA);

- M. Cannone, Laboratoire d'Analyse et de Mathématiques Appliquées, Université Paris-Est, Marne-la-Vallée cedex 2, (France);

- S. Roy Choudhury, Department of Mathematics, University of Central Florida, Orlando (USA);

- M. Haragus, Laboratoire de Mathématiques, Université de Franche-Comté, Besançon cedex (France);

- I. Kukavica, Department of Mathematics, University of Southern California, Los Angeles (USA);

- Lopes-Filho, Milton Da Costa, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brazil;

- Nussenzveig Lopes, Helena J.N., Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brazil;

- M. Schonbek, Department of Mathematics, University of California, Santa Cruz (USA);

- E. S. Titi, Department of Mathematics, College Station, Texas A and M University (USA).

**B.** - L. Desvillettes, Institut des Mathématiques de Jussieu, Paris Rive Gauche (IMJ-PRG), Université Paris Diderot (Parigi 7) (Francia);

- F. Golse, CMLS Ecole Polytechnique e CNRS Université Paris Saclay (Francia);

- A.J. Pereira da Costa Soares, CMAT Universidade do Minho (Portogallo);

- S. Mei, Université Paris Diderot e Observatoire de Paris (Francia);

- B. Coppi, Massachusetts Institut of Technology, Boston (USA).

## **MAT/08 - Analisi numerica**

### Piano di ricerca per l'anno 2021

A. *Metodi numerici per la risoluzione di equazioni differenziali alle derivate parziali timedependent.*

Ricercatori coinvolti: E. Toscano (RU).

B. *Schemi iterativi per la costruzione di punti fissi e loro applicazioni.* Ricercatori coinvolti: E. Toscano (RU) con la collaborazione di C. Vetro (RU MAT/05).

C. *Metodi avanzati per l'approssimazione numerica dei segnali.*

Ricercatori coinvolti: E. Toscano (RU) con la collaborazione di C. Vetro (RU MAT/05).

D. *Metodi dell'analisi numerica affrontati secondo una prospettiva storica.* Ricercatori coinvolti: E. Toscano (RU). È prevista la seguente collaborazione: Prof. Michele Benzi della Scuola Normale Superiore.

E. *Matematica e Letteratura.* Ricercatori coinvolti: E. Toscano (RU) con la collaborazione di M. A. Vaccaro (RU MAT/03).

## 2. Fondi con i quali si intende attuarli

i) Fondi FFR.

ii) Fondi a valere sul Progetto *IDEHA - Innovazioni per l'elaborazione dei dati nel settore del Patrimonio Culturale*. Codice progetto: ARS01\_00421.

iii) Fondi a valere sul Progetto *VASARI - Valorizzazione Smart del patrimonio ARTistico delle città Italiane*. Codice progetto: ARS01\_00456.

**SECS-P/01 Economia Politica**

Ricercatori coinvolti: Salvatore Modica (PO)

1. Piano di ricerca per l'anno 2021

Si intende proseguire la ricerca in corso sugli equilibri nelle interazioni fra gruppi in competizione fra loro, che si sta portando avanti con il gruppo di ricerca impegnato nel PRIN di cui sotto. Una breve descrizione del progetto è riportata sotto (in inglese).

The aim of the project is to study a crucial problem in modern democracies: the disruption of the voters' will by special interest lobbies. The problem is at the heart of the widespread dissatisfaction with the elected politicians known as "populism". The resulting push towards more authoritarian, self-centered governments threatens democracy and global trade but moreover risks exacerbating the problem by making lobbies' influence even stronger.

We propose to approach the issue by analyzing the ability of groups to induce public good contribution. Voting and lobbying both involve competing groups whose members must contribute effort in the group interest, and the winners are the groups that are in the best position to overcome the free-rider problem they face. Our starting question is, how come large groups dominate elections but often succumb to smaller groups in lobbying contests? We insist on individual incentive constraints so we aim to develop a systematic theory of games between groups. The basic idea is that group discipline and self-enforcement of social norms may be achieved through interaction with fellow group members, whose good opinions or shunning and ostracizing behavior significantly affects the well-being of each individual who is part of the group.

2. Fondi con i quali si intende attuare la ricerca

MIUR PRIN 2017 n. 2017H5KPLL\_01: "Voting, Lobbying and Disrupting: Political Economy via Economic Sociology" (inizio 6 febbraio 2020; fine 6 agosto 2023)

3. Livello d'internazionalizzazione

Il gruppo di ricerca comprende, i professori David Knudsen Levine ed Andrea Mattozzi, entrambi professori all'Istituto Universitario Europeo (<https://www.eui.eu/en/academic-units/departments-of-economics>), e da qualche mese il dott. Junze Sun (PhD, Amsterdam) in qualità di assegnista di ricerca.